

Turiny

Kaip mokytis su vadovėliu	4
---------------------------------	---

V ciklas	
Transformacijos	6
Kodėl pasaulyje reikalinga simetrija?	8
Pakartojame	9
Sužinome, išsiaiškiname	
1. Simetriškos figūros	12
Mokomės	
2. Simetriškų figūrų atkūrimas, užbaigimas	18
Taikome	
3. Figūrų transformacijos	22
Pasitikriname	25
Apibendrinimas	27
Čempionų lyga	30

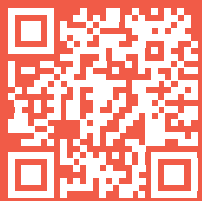
VI ciklas	
Plokščiosios geometrinės figūros	31
Kaip matematika susijusi su gamta ir menu?	32
Pakartojame	33
Sužinome, išsiaiškiname	
1. Ilgio matavimo vienetai	36
2. Ploto matavimo vienetai	39
3. Kampų rūšys. Kampų matavimas	43
4. Trikampio kampų suma	50
Mokomės	
5. Kvadrato ir stačiakampio perimetro ir ploto formulės	54
6. Stačiojo trikampio plotas	59
Taikome	
7. Sudėtingesnių figūrų perimetro ir ploto skaičiavimas	63
8. Plokščiųjų figūrų pertvarkymas	68
9. Teiginių pagrindimas ir matematinis įrodymas	72
Pasitikriname	75
Apibendrinimas	77
Čempionų lyga	80

VII ciklas	
Erdvinės geometrinės figūros	81
Kaip atpažįstama ir matuojama erdvė?	82
Pakartojame	83
Sužinome, išsiaiškiname	
1. Tūrio matavimo vienetai	85
2. Stačiakampio gretasienio matmenys, braižymas, išklotinė	89
3. Kubas. Jo matmenys, braižymas, išklotinė	96
Mokomės	
4. Kubo paviršiaus plotas ir tūris	101
5. Stačiakampio gretasienio paviršiaus plotas ir tūris	107
Taikome	
6. Sudėtingesnių erdvinių figūrų paviršiaus plotas ir tūris	113
Pasitikriname	120
Apibendrinimas	122
Čempionų lyga	126

VIII ciklas	
Duomenys	127
Kaip išsiaiškinti mokyklos bendruomenės poreikius ir lūkesčius?	128
Pakartojame	129
Sužinome, išsiaiškiname	
1. Kiekybiniai ir kokybiniai duomenys	131

Mokomės	
2. Imties plotis ir vidurkis	135
Taikome	
3. Atvirieji ir uždarieji apklausų ar anketų klausimai	139
Pasitikriname	142
Apibendrinimas	144
Čempionų lyga	146

IX ciklas	
Tikimybės	147
Kokie įvykiai yra labiausiai tikėtini?	148
Pakartojame	149
Sužinome, išsiaiškiname	
1. Stochastinis bandymas	151
Mokomės	
2. Bandymai, kurių baigtys vienodai arba nevienodai galimos	156
Taikome	
3. Įvykio tikimybė	165
Pasitikriname	170
Apibendrinimas	172
Čempionų lyga	176



moks.link/bgdx

Kokie įvykiai yra labiausiai tikėtini?

Kiekvieną dieną žmonėms tenka vertinti kokios nors situacijos tikėtinumą. Koks oras šiandien labiausiai tikėtinas? Kokia tikimybė, kad man reikės skėčio? Kokia tikimybė, kad autobusas atvažiuos laiku? Kokia tikimybė, kad šaltuoju metų laiku nesirgsiu? Dažnai girdime iš draugų ar artimų žmonių pasakymą „**Kokia tikimybė, kad...**“. Kas iš tikrųjų yra tikimybė? Paprastai galėtume sakyti, kad tai yra tam tikro nepastovaus įvykio tikėtinumas.



Pasirinkimo tikimybė

Pirmomis rugsėjo mėnesio dienomis kiekviena klasė turi išsirinkti savo seniūną, kuris ne tik rūpintųsi klasės darbais ir šventinėmis idėjomis, bet ir drąsiai bei sąžiningai atstovautų savo klasei visuose mokyklos renginiuose, padėtų juos rengti.

- Miko klasėje mokosi 28 mokiniai, 4 iš jų pretenduoja į seniūno postą. Kokia tikimybė, kad klasės seniūnu bus išrinktas Mikas?



Ar esate susimąstę?

Kokia tikimybė laimėti žaidimą su šešiasieniu žaidimo kauliuku? Su ketursieniu? Su aštuoniasieniu? O gal tikimybės vienodos? Atlikite bandymą (žr. p. 173–175) ir patvirtinkite arba paneikite savo spėjimą.

Sinoptikai ir matematika

Sinoptikai analizuoja orų stebėjimo duomenis naudodamiesi specialiais įrankiais, pagal esamas orų sąlygas prognozuoja ateities orus. Jie atlieka ir klimato tyrimus, vertina klimato sąlygas, nagrinėja klimato duomenis, siekdami suprasti, kaip orų pokyčiai gali paveikti žmones ir žemės ūkį.

- Anot sinoptikų, tikėtinumas, kad rytoj lis, sudaro 80 %. Kiek tikėtina, kad rytoj lis?
A Tikrai lis.
B Labiau tikėtina, kad lis negu nelis.
C Mažiau tikėtina, kad lis negu nelis.
D Nelis.

Pakartojame

Kas yra pirminiai ir sudėtiniai skaičiai?

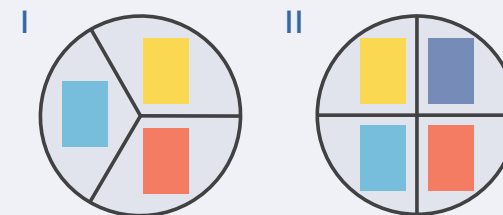
Pirminis skaičius turi du skirtingus daliklius, sudėtinis – bent tris. Skaičius 1 nėra nei pirminis, nei sudėtinis.

Kokie skaičiai dalijasi be liekanos iš 2, 3, 4, 5, 9 ir 10?

Skaičių dalumo požymius žr. šio vadovėlio 1 dalies p. 57.

Ką pasirinkti?

Priimant sprendimus remiamasi loginiais apmąstymais. Suprantama, kad strėlę yra lengviau pataikyti į tą taikinį, kurio plotas didesnis. Sukant laimės ratą, labiau tikėtina išsukti tai, kas pavaizduota jo dalyje, kurios plotas didesnis. Pavyzdžiui, jei vienu iš dviejų pavaizduotų ratų norėtume išsukti raudoną kortelę, pasirinktume pirmąjį ratą, nes jame raudonai kortelei priskirta trečdalis rato ploto, o antrame rate – tik ketvirtadalis.



- Iš šių skaičių išrinkite pirminius ir sudėtinius skaičius:

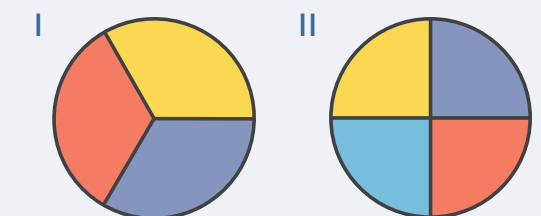
a) 2, 5, 8, 11, 16, 23, 27, 45, 52, 63, 66, 71;
b) 1, 4, 9, 13, 15, 19, 25, 34, 41, 56, 62, 81.

- Surašykite visus dviženklis pirminius skaičius.

- Kurie iš skaičių 12, 16, 27, 72, 90, 136, 249, 345, 450, 501, 684 dalijasi iš:

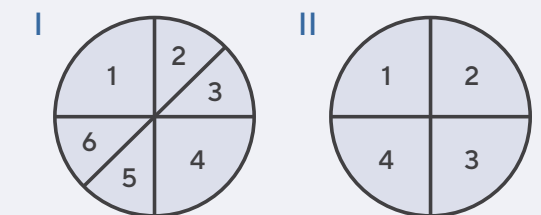
a) 2; **b)** 3; **c)** 4; **d)** 5;
e) 9; **f)** 2 ir 5; **g)** 3 ir 10?

- Pavaizduoti du loterijos ratai.



Kurį iš jų suktumėte, jei norėtumėte išsukti:
a) mėlyną spalvą (atsakymą pagrįskite);
b) raudoną spalvą (atsakymą pagrįskite)?

- Pavaizduoti du loterijos ratai.



Kurį iš jų suktumėte, jei norėtumėte išsukti:
a) skaičių 2 (atsakymą pagrįskite);
b) skaičių 4 (atsakymą pagrįskite)?

23 Darius turi 9 korteles su vienaženkliais skaičiais nuo 1 iki 9. Vaikinas atlieka bandymą, kurio metu traukia kortelę ir stebi, ar atsitiktinai parinktas vienaženklis skaičius turi keturis daliklius. Kiek yra baigčių, palankių šiam įvykiui?

Argumentuokime

24 Ant aštuoniasienio žaidimo kauliuko sienelių surašyti skaičiai nuo 1 iki 8. Šis kauliukas ridenamas vieną kartą ir stebima, koks skaičius išriedės.

- Kiek baigčių turi šis bandymas?
- Kuris iš šių įvykių yra labiausiai tikėtinas:
A – „išriedės mažesnis už 6 skaičius“,
B – „išriedės lyginis skaičius“,
C – „išriedės didesnis už 2 skaičius“?
Atsakymą **pagrįskite**.



25 Kostas atliko bandymą – mėtė standartinį šešiasienį žaidimo kauliuką ir gautus bandymo rezultatus surašė lentelėje.

Iškritusių taškų skaičius	1	2	3	4	5	6
Kiek kartų iškrito tiek taškų	3	3	2	5	3	4

- Kiek kartų Kostas metė kauliuką?
- Kiek kartų Kostui iškrito 1 taškas? 3 taškai? 6 taškai?
- Kokia yra visais metimais iškritusių taškų suma?

26 Ant kortelių po vieną surašyti skaičiai nuo 45 iki 70. Kortelės apverstos ir sumaišytos. Atsitiktinai atverčiama viena kortelė. Kuris iš šių įvykių yra labiausiai tikėtinas:

- A – „ant atverstos kortelės parašytas skaičius dalijasi iš 6“,
B – „ant atverstos kortelės parašytas skaičius dalijasi iš 5“,
C – „ant atverstos kortelės parašytas skaičius dalijasi iš 4“?
Atsakymą pagrįskite.

Įvykio tikimybė



moks.link/bgdu

TAIKOME

- Kas yra su bandymu susijusio įvykio tikimybė?
- Kaip apskaičiuoti įvykio tikimybę?



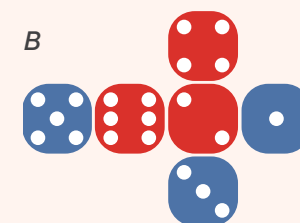
Panagrinėkime tokį bandymą: metamas standartinis šešiasienis žaidimo kauliukas ir stebima, kiek taškų iškris. Kuris iš įvykių, susijusių su šiuo bandymu, yra labiau tikėtinas:
A – „iškris dalus iš 3 skaičius taškų“,
B – „iškris nelyginis skaičius taškų“?
Atskirai aptarkime kiekvieną įvykį.

Įvykiui A palankios dvi bandymo baigtys: 3 ir 6 taškai. Ar galėtume pasakyti, kuri bandymo baigčių dalis palanki įvykiui A? Šiuo atveju iš viso galimos šešios bandymo baigtys: {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Įvykiui A palankios tik dvi baigtys. Vadinasi, įvykiui A palankių bandymo baigčių dalis yra $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ (jei galime, trupmeną visada suprastiname).

Įvykiui B palankios trys bandymo baigtys: 1, 3 ir 5 taškai. Matome, kad įvykis B yra labiau tikėtinas negu įvykis A. Apskaičiuokime įvykiui B palankių bandymo baigčių dalį. Bandymas yra tas pats, todėl iš viso galimų bandymo baigčių yra šešios. Įvykiui B palankios trys baigtys. Vadinasi, įvykiui B palankių bandymo baigčių dalis yra $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Galime



Palankios dvi baigtys: {3, 6}.



Palankios trys baigtys: {1, 3, 5}.



Pasitikriname Tikimybes

- 1

Atliekamas bandymas, kurio metu metamas šešiasienis žaidimo kauliukas ir stebima, kuria siennele į viršų jis nukrito. Surašykite visas galimas bandymo baigtis.
- a)

b)

c)
- 2

Mantas 3 kartus mušė 11 metrų baudinį, bandydamas pataikyti į vartus. Surašykite visas galimas šio bandymo baigtis. Vartokite žymenis p – pataikė, n – nepataikė.
- 3

Roma pasuka abu sukučius ir stebi, kurioje vietoje sustoja rodyklės. Kuris teiginys yra teisingas?
- I sukučio

II sukučio
- A

Abiejų sukučių rodyklė negali sustoti žalios spalvos dalyje.
- B

Vienodai tikėtina, kad abiejų sukučių rodyklė sustos žalios spalvos dalyje.
- C

Labiau tikėtina, kad rausvos spalvos dalyje sustos I sukučio rodyklė negu II sukučio.
- D

Labiau tikėtina, kad geltonos spalvos dalyje sustos I sukučio rodyklė negu II sukučio.
- 4

Anot Herkaus, tikėtinumas gamtoje

Kiek tikėtinas kiekvienas šių įvykių?
- a)

išgirsti bitę sudaro 62 %;

A

Tikrai tikėtinas
- b)

pamatyti kiškį sudaro 15 %;

B

Labiau tikėtinas negu netikėtinas
- c)

užuosti sakus sudaro 37 %.

C

Mažiau tikėtinas negu netikėtinas
- D

Netikėtinas

Kad užduotis išspręsti pavyktų, **patariame**:

Žr. temos „Stochastinis bandymas“ teorinę dalį, 1 ir 3 pavyzdžius (p. 152, 153).

Žr. temos „Bandymai, kurių baigtys vienodai arba nevienodai galimos“ 1 ir 2 pavyzdžius (p. 157, 158).

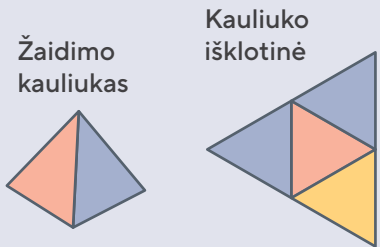
Žr. temos „Bandymai, kurių baigtys vienodai arba nevienodai galimos“ 1–3 pavyzdžius (p. 157, 158).

- 5

Iš spintos, kurioje yra 5 mėlynos ir 4 juodos kelnės, atsitiktinai paimamos vienos kelnės ir stebima, kokios jos spalvos. Kuris iš šių įvykių yra labiau tikėtinas:
A – „paimtos mėlynos kelnės“,
B – „paimtos juodos kelnės“?

- 6

Metamas standartinis ketursienis žaidimo kauliukas, kurio sienelės nudažytos raudona, mėlyna ir geltona spalvomis. Stebima, kokios spalvos yra apatinė nukritusio kauliuko sienelė. Apskaičiuokite šių įvykių tikimybes:
A – „apatinė sienelė raudona“,
B – „apatinė sienelė mėlyna“,
C – „apatinė sienelė geltona“.



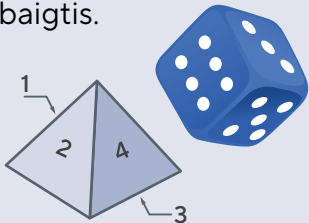
- 7

Metamas standartinis ketursienis kauliukas, kurio sienelės paženklintos skaičiais 1, 2, 3, 4, ir šešiasienis kauliukas, ant kurio sienelių parašyti skaičiai 1, 2, 3, 4, 5, 6. Fiksuojama, koks skaičius yra apatinėje kiekvieno kauliuko sienelėje.

1.

Surašykite visas galimas šio bandymo baigtis.
2.

Apskaičiuokite šių įvykių tikimybes:
A – „skaičių suma lygi 5“,
B – „skaičių suma mažesnė negu 4“,
C – „skaičių suma didesnė negu 8“.



- 8

Standartinis aštuoniasienis žaidimo kauliukas ridenamas vieną kartą ir stebima, koks skaičius išsiridens.

1.

Surašykite visas galimas bandymo baigtis.
2.

Apskaičiuokite šių įvykių tikimybes:
A – „išsiridens skaičius 7“,
B – „išsiridens skaičius, mažesnis negu 4“,
C – „išsiridens lyginis skaičius“.



- 9

Standartinis dvylikasienis žaidimo kauliukas ridenamas vieną kartą ir stebima, koks skaičius išsiridens. Apskaičiuokite šių įvykių tikimybes:
A – „išsiridenęs skaičius dalijasi iš 4“,
B – „išsiridenęs skaičius yra sudėtinis“,
C – „išsiridenęs skaičius yra skaičiaus 8 daliklis“.



Žr. temos „Įvykio tikimybė“ 1 pavyzdį (p. 166, 167).

Žr. temos „Įvykio tikimybė“ 1 ir 2 pavyzdžius (p. 166, 167).

Žr. temos „Įvykio tikimybė“ teorinę dalį, 1–3 pavyzdžius (p. 166, 167).



Apibendrinimas

Tikimybės

Konspektas

Stochastinis bandymas

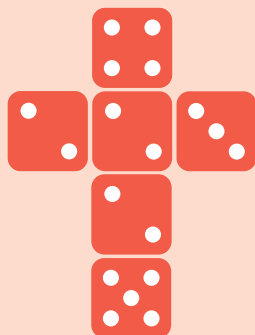
Nusakant **stochastinį bandymą** (trumpiau – bandymą), reikia nurodyti, kas jo metu atliekama ir kas stebima. Galimi stebėjimo rezultatai vadinami **bandymo baigtimis**. Visos galimos baigtys sudaro **bandymo baigčių aibę**. (Pavyzdžiai p. 152, 153.)

- 1 Atliekamas bandymas – metamas standartinis ketursienis žaidimo kauliukas, kurio sienelės nuspalvintos (geltona, žalia, mėlyna, raudona), ir stebima, kokios spalvos yra apatinė kauliuko sienelė. Už koduokite bandymo baigtis ir parašykite jo baigčių aibę.

Bandymai, kurių baigtys vienodai arba nevienodai galimos

Bandymai, kurių visos baigtys yra vienodai galimos, vadinami **klasikiniais bandymais**. (Pavyzdžiai p. 157, 158.)

- 2 Atliekant bandymą naudojamas pavaizduotas žaidimo kauliukas ir stebima, kiek taškų iškrito. Ar šis bandymas yra klasikinis?

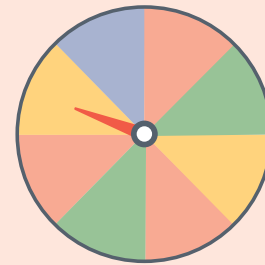


Įvykis – tam tikras bandymo baigčių rinkinys (aibė). Įvykis įvyksta tada, kai pasirodo bet kuri šiam įvykiui palanki baigtis. Su bandymu susiję įvykiai vadinami **vienodai galimais įvykiais**, jeigu jiems palankių baigčių skaičius yra toks pat. Įvykius įprasta žymėti didžiosiomis lotyniškėmis raidėmis: *A*, *B*, *C* ir kt. Iš dviejų su klasikiniu bandymu susijusių įvykių **labiau tikėtinas** yra tas, kuris turi daugiau palankių baigčių, o **mažiau tikėtinas** yra tas, kuris turi mažiau palankių baigčių. (Pavyzdžiai p. 157, 158.)

- 3 Standartinis šešiasienis žaidimo kauliukas metamas vieną kartą ir stebima, kiek iškrito taškų. Kuris iš šių įvykių yra labiau tikėtinas:
A – „iškrito daugiau negu 1 taškas“
ar *B* – „iškrito mažiau negu 6 taškai“?

Jeigu atliekamas bandymas yra neklasikinis, pirmiausia jį pakeičiame klasikiniu ir norimas stebėti situacijas suformuluojame kaip įvykius. Tada lyginame įvykių tikėtinumą. (Pavyzdžiai p. 160, 161.)

- 4 Pavaizduotas spalvų ratas pasukamas vieną kartą ir stebima, kurioje vietoje sustoja rodyklė. Kuris iš šių įvykių yra mažiau tikėtinas:
A – „išsukta žalia spalva“ ar *B* – „išsukta mėlyna spalva“?



Siekiame meistriškumo

Kas laimės žaidimą?

Matėme įvairių žaidimų kauliukų, bet ar kada nors susimąstėme, iš kur jie atsirado? Deja, apie žaidimų kauliukų istoriją žinome mažai. Patys seniausi žaidimų kauliukai buvo piramidės formos. Jie atsirado maždaug prieš 2500 m. iki Kr.

Egiptiečiai žaisdavo pailgomis trinkelėmis, paženklintomis įvairiais simboliais. Indijoje vietoj žaidimų kauliukų buvo naudojamos paprasčiausios kriauklės. Žaidimų rezultatą nulemdavo tai, kiek išmestų kriauklių nukrisdavo ant žemės kiaurymėmis į apačią, kiek – kiaurymėmis į viršų. O štai romėnai sukūrė kauliuką, kuris turėjo net keturiolika kampų. Beje, vienas brangiausių žaidimų kauliukų, pagamintų II amžiuje Rėmoje, stiklinis dvidešimties pusių kauliukas, aukcione buvo parduotas už 17 925 dolerius. Mokslininkai vis dar bando išsiaiškinti, kokiems žaidimams buvo naudojamas šis stiklinis kauliukas. Anglijoje būdavo žaidžiama vilkelio formos kauliukais.

Įvykio tikimybė

Kai atliekamas bandymas yra klasikinis (visos baigtys yra vienodai galimos), **įvykio tikimybę** galima apskaičiuoti taip:

$$P(\text{įvykis}) = \frac{\text{įvykiui palankių baigčių skaičius}}{\text{visų galimų baigčių skaičius}}.$$

Įvykiui palankių baigčių skaičius visada yra arba mažesnis už visų galimų baigčių skaičių, arba jam lygus. (Pavyzdžiai p. 166, 167.)

- 5 Iš skaitmenų 1, 2, 4 ir 6 sudaromi skirtingi dviženkliai skaičiai. Atsitiktinai pasirenkamas vienas iš sudarytų skaičių. Kokia tikimybė, kad pasirinktas skaičius yra mažesnis už 14?

